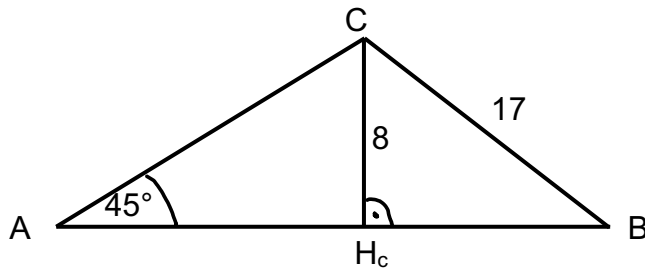


Geometrische Berechnungen

1. Berechne die Seite c eines Dreiecks aus $a = 17\text{cm}$, $h_c = 8\text{cm}$ und $\alpha = 45^\circ$.



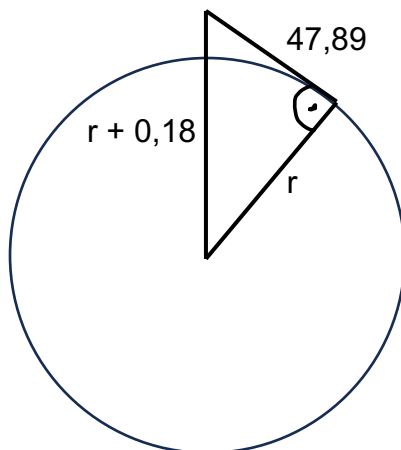
weil $\alpha = 45^\circ$ ist das Dreieck AH_cC ein gleichschenkliges Dreieck, deshalb gilt:

$$\overline{AH_c} = \overline{CH_c} = 8\text{cm}$$

$$\overline{CH_c} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15\text{cm}$$

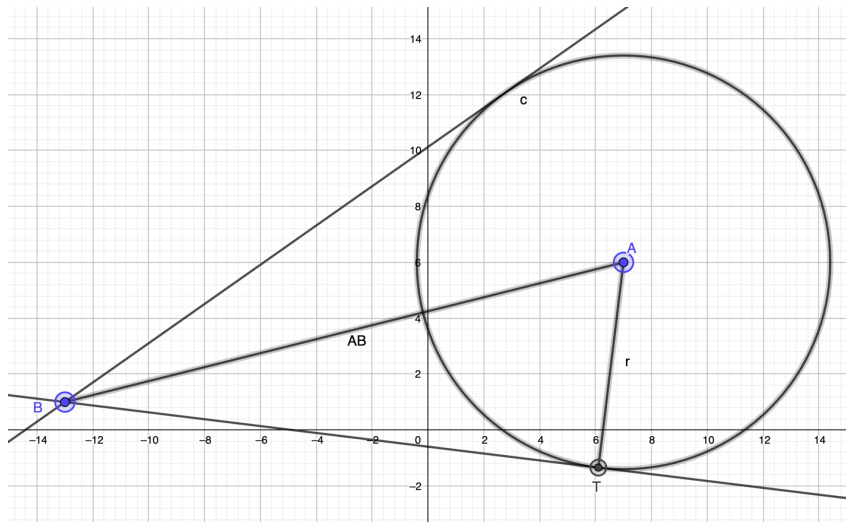
$$c = \overline{AB} = 8 + 15 = \underline{\underline{23\text{cm}}}$$

2. Erna steht auf einem 180m hohen Leuchtturm und blickt durch ihr Fernglas aufs offene Meer. Am 47,89km entfernten Horizont erkennt sie die Segeljacht Alinghi. Berechne den Erdradius r auf Kilometer genau.



$$\begin{aligned} (r + 0,18)^2 - r^2 &= (47,89)^2 \\ r^2 + 0,36r + 0,0324 - r^2 &= 2293,4521 \quad /-0,0324 \\ 0,36r &= 2293,4197 \quad /:0,36 \\ \underline{\underline{r}} &= \underline{\underline{6371\text{km}}} \end{aligned}$$

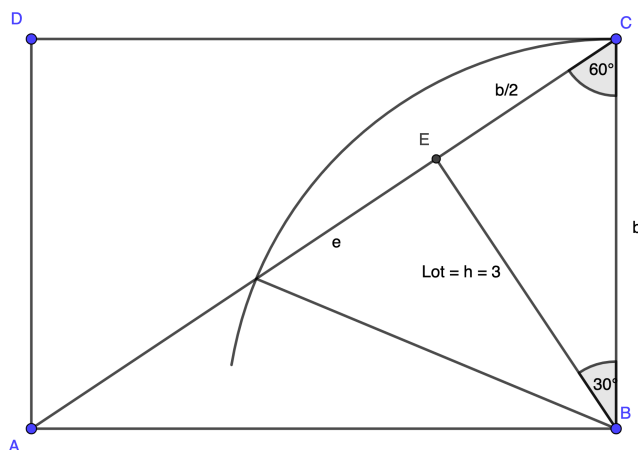
3. Berechne die Länge des Tangentenabschnitts der Tangente, die vom Punkt $(-13/1)$ an den Kreis mit dem Mittelpunkt $M(7/6)$ und dem Radius $r = 7,4\text{cm}$ gelegt ist. Gib das Resultat auf Millimeter genau an. Die Längeneinheit im Koordinatensystem beträgt 1cm.



$$\overline{AB} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{20^2 + 5^2} = 20,615 \dots$$

$$\overline{BT} = \sqrt{(\overline{AB})^2 - r^2} = \underline{\underline{19,2\text{cm}}}$$

4. In einem Rechteck ABCD hat das Lot (=Senkrechte) von der Ecke B auf die Diagonale $e = AC$ die Länge 3. Der Winkel zwischen diesem Lot und der Seite BC beträgt 30° . Berechne die Länge der Seite BC.



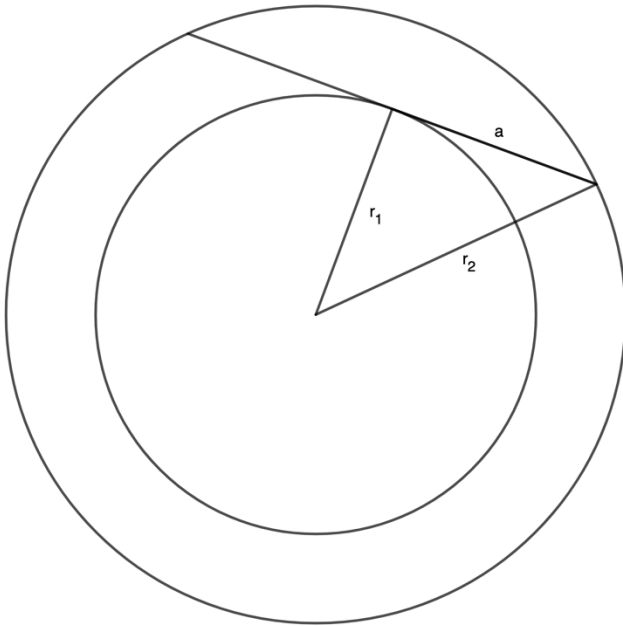
$$3^2 = b^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 = b^2 - \frac{b^2}{4} = \frac{3b^2}{4} \quad / \cdot 4$$

$$36 = 3b^2 \quad / : 3$$

$$12 = b^2 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$\sqrt{12} = \underline{\underline{b}} = 2\sqrt{3} = (3,464 \dots)$$

5. Zwei konzentrische Kreise bilden einen Kreisring. Die längst mögliche Strecke in diesem Ring ist eine Linie, die den inneren Kreis berührt. Wie lang ist diese längst mögliche Strecke, wenn der Kreisring den gleichen Flächeninhalt hat wie der kleinere Kreis? Der Radius des kleineren Kreises beträgt 5cm.



$$A_1 = (r_1)^2 \cdot \pi = 78,54 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 2 \cdot A_1 = 157,08 \text{ cm}^2$$

$$r_2 = \sqrt{\frac{A_2}{\pi}} = \sqrt{50} = 7,07 \text{ cm}$$

$$a = \sqrt{(r_2)^2 - (r_1)^2} = 5 \text{ cm}$$

$$2a = \underline{\underline{10 \text{ cm}}}$$

6. In einem Trapez mit einem Flächeninhalt von 360 cm^2 misst die Höhe 24 cm. Die Längen der parallelen Seiten verhalten sich wie 2 : 3. Wie lang sind diese Seiten?

$$A = m \cdot h = \frac{a+c}{2} \cdot h = \frac{2x+3x}{2} \cdot h = \frac{5x}{2} \cdot h = 2,5x \cdot h$$

$$2,5x = \frac{A}{h}$$

$$x = \frac{A}{h \cdot 2,5} = 6 \text{ cm}$$

$$\underline{\underline{a = 12 \text{ cm}}} \quad \text{und} \quad \underline{\underline{c = 18 \text{ cm}}}$$

7. Der Winkel α eines Dreiecks ist $\frac{2}{3}$ mal so gross wie β . Der Winkel γ ist der Mittelwert aus den beiden anderen. Berechne die drei Winkel.

$$\alpha = \frac{2}{3}\beta \qquad \gamma = \frac{\frac{2}{3}\beta + \beta}{2} = \frac{\frac{5}{3}\beta}{2} = \frac{5}{6}\beta$$

$$\alpha + \beta + \gamma = \frac{2}{3}\beta + \beta + \frac{5}{6}\beta = \frac{4}{6}\beta + \frac{6}{6}\beta + \frac{5}{6}\beta = \frac{15}{6}\beta = 180^\circ$$

$$\underline{\underline{\alpha = 48^\circ}} \quad \text{und} \quad \underline{\underline{\beta = 72^\circ}} \quad \text{und} \quad \underline{\underline{\gamma = 60^\circ}}$$

Verteilungsaufgaben

8. Eine Gruppe Pfadfinderinnen bereitet das Material für ein Zeltlager vor. Sie verfügt über 4er und über 6er-Zelte, insgesamt über 39 Zelte. Ein Drittel der Anzahl Schlafplätze in den 4er-Zelten ist um 13 grösser als die Hälfte der Anzahl Plätze in den 6er-Zelten. Wie viele Zelte jeder Grösse sind vorhanden?

	4er-Zelte	6er-Zelte	Total
Anzahl Zelte	x	39 - x	39
Anzahl Schlafplätze	4x	6 (39 - x)	

$$\begin{aligned}
 \frac{4x}{3} &= \frac{6(39-x)}{2} + 13 && / \cdot 6 \\
 8x &= 702 - 18x + 78 && / +18x \\
 26x &= 624 && / :26 \\
 x &= 24
 \end{aligned}$$

Es gibt 24 4er-Zelte und 15 6er-Zelte

9. Für den Sporttag einer Schule sind Wettbewerbe im Rollbrett- und Scooterfahren ausgeschrieben. Es melden sich 96 Kinder an. Ein Rollbrett hat vier Rollen, ein Scooter hat zwei. Zusammen haben die Rollbretter sechsmal so viele Rollen wie die Scooter. Wie viele Kinder nehmen am Scooterwettbewerb teil, wenn jedes Kind nur einen Wettbewerb bestreitet?

	Rollbrett	Scooter	Total
Anzahl Fahrzeuge	96 - x	x	96
Anzahl Rollen	4 (96 - x)	2x	

$$\begin{aligned}
 4(96-x) &= 12x \\
 384 - 4x &= 12x && / +4x \\
 384 &= 16x && / :16 \\
 24 &= x
 \end{aligned}$$

Es nehmen 24 Kinder am Scooterwettbewerb teil.

10. Der Umlauf der Erde um die Sonne dauert 365,25 Tage. Während die Erde 8 Umläufe macht, umkreist die Venus die Sonne 13 Mal. In wie vielen Tagen und Stunden kreist die Venus um die Sonne?

$$365,25 \cdot 8 : 13 = 224,769 \dots \text{Tage} = \underline{\underline{224 \text{ Tage } 18 \text{ h}}}$$

11. Werner besorgt für ein Schülerfest Orangensaft, Mineral und Cola, insgesamt 300 Flaschen. Mineral bestellt er 60 Flaschen weniger als Cola und somit doppelt soviel wie Orangensaft. Wie viele Flaschen Orangensaft besorgt er?

Orangensaft	x
Mineral	2x
Cola	2x + 60
Total	300

$$\begin{aligned}
 x + 2x + 2x + 60 &= 300 \\
 5x + 60 &= 300 \\
 5x + 60 &= 300 && / - 60 \\
 5x &= 240 && / : 5 \\
 x &= 48
 \end{aligned}$$

Es hat 48 Flaschen Orangensaft.

12. Drei Geschwister (A, B und C) möchten zusammen ein neues Auto kaufen. Da sie den Wagen unterschiedlich oft benutzen wollen, zahlt B drei Viertel des Betrags von A und C bezahlt 60% des Betrags von B. Wie viel muss jeder bezahlen, wenn der Neuwagen Fr. 17'600.- kostet?

A	x
B	0,75x
C	0,6*0,75x
Total	17'600

$$\begin{aligned}
 x + 0,75x + 0,45x &= 17600 \\
 2,2x &= 17600 && / : 2,2 \\
 x &= 8000
 \end{aligned}$$

A bezahlt 8000 Fr., B bezahlt 6000 Fr. und C bezahlt 3600 Fr.

13. Als sich jemand für das amerikanische Bürgerrecht bewirbt, hat er Fragen zur Geschichte zu beantworten. Nach der Befragung sagt er: «Weil in anfänglich nervös war, konnte ich von den ersten 10 Fragen nur zwei richtig beantworten. Bei den übrigen Fragen habe ich 80% Richtige erreicht und damit zwei Drittel aller Fragen korrekt beantwortet.» Wie viele Fragen wurden gestellt?

Bei den ersten 10 Fragen 2 richtig
 Bei allen Fragen minus 10 Fragen 80% richtig
 Bei allen Fragen 2/3 richtig

$$\begin{aligned}
 x = \text{alle Fragen} & \qquad \frac{2}{3}x = 0,8(x - 10) + 2 & \qquad / \cdot 3 \\
 & \qquad 2x = 2,4(x - 10) + 6 \\
 & \qquad 2x = 2,4x - 24 + 6 \\
 & \qquad 2x = 2,4x - 18 & \qquad / -2x \\
 & \qquad 0 = 0,4x - 18 & \qquad / +18 \\
 & \qquad 18 = 0,4x & \qquad / :0,4 \\
 & \qquad \underline{\underline{45 = x}}
 \end{aligned}$$

14. Laura kauft im Schwimmbad am Kiosk Süßigkeiten. Es gibt Lakritz für 50 Rp., Kaugummi für 10 Rp. und Schleckstängel für 1.20 Fr. pro Stück. Laura kauft doppelt so viele Kaugummis wie Lakritz. Insgesamt kauft sie 29 Süßigkeiten und bezahlt Fr. 11.60. Wie viele Süßigkeit kauft Laura von jeder Sorte?

	Anzahl	Preis
Lakritz	x	0,5x
Kaugummi	2x	0,1*2x
Schleckstängel	29 - 3x	1,2(29 - 3x)
Total	29	11.60 Fr.

$$\begin{aligned}
 0,5x + 0,2x + 34,8 - 3,6x & = 11,6 \\
 -2,9x + 34,8 & = 11,6 & \qquad / + 2,9x \\
 34,8 & = 2,9x + 11,6 & \qquad / - 11,6 \\
 23,2 & = 2,9x & \qquad / : 2,9 \\
 8 & = x
 \end{aligned}$$

Sie kauft 8 Lakritz, 16 Kaugummi und 5 Schleckstängel.

15. Rosa und Linus kauften Mineralwasser zum gleichen Selbstkostenpreis. Rosa kaufte 90 Flaschen und Linus 60 Flaschen. Am Jugendfest verkauften sie alle Getränke wieder. Rosa machte dabei einen Gewinn von 30% und Linus von 20%. Für alle Flaschen zusammen bezahlten die Festbesucher Fr. 311.85. Wie viel kostete eine Flasche im Einkauf?

$$\begin{aligned}
 1,3 \cdot 90 \cdot x + 1,2 \cdot 60 \cdot x &= 311,85 \text{Fr.} \\
 117x + 72x &= 311,85 \text{Fr.} \\
 189x &= 311,85 \text{Fr.} & /:189 \\
 \underline{\underline{x}} &= \underline{\underline{1,65 \text{Fr}}}
 \end{aligned}$$

16. Für das EM-Gruppenspiel Schweiz - Portugal wurden im öffentlichen Verkauf 14'450 Karten im Gesamtwert von Fr. 1'648'250.- verkauft. Es waren Karten zu Fr. 175.-, Fr. 130.- und Fr. 70.- erhältlich. Von den beiden günstigeren Preiskategorien wurden je gleich viele Karten verkauft. Wie viele Karten jeder Kategorie wurden verkauft?

	Anzahl	Preis
Kategorie 1	14'450 - 2x	175(14'450 - 2x)
Kategorie 2	x	130x
Kategorie 3	x	70x
Total	14'450	1'648'250.-

$$\begin{aligned}
 175(14'450 - 2x) + 130x + 70x &= 1648250 \\
 2528750 - 350x + 130x + 70x &= 1648250 \\
 2528750 - 150x &= 1648250 & / +150x \\
 2528750 &= 1648250 + 150x & / -1648250 \\
 880500 &= 150x & / :150 \\
 5870 &= x & / :150
 \end{aligned}$$

Es wurden 2710 Karten der Kategorie 1 und 5870 Karten der Kategorie 2 und 3 verkauft.

17. Ein Obsthändler kauft Orangen zu Fr. 1.20 pro kg. Davon verkauft er die Hälfte zu Fr. 1.40, einen Drittel zu Fr. 1.35 und den Rest zu Fr. 1.50 pro kg. Sein Gewinn beträgt Fr. 1'100.-. Wie viele kg Orangen hat er eingekauft?

$$\begin{aligned}
 \frac{0,2 \cdot x}{2} + \frac{0,15 \cdot x}{3} + \frac{0,3 \cdot x}{6} &= 1100 & / \cdot 6 \\
 0,6x + 0,3x + 0,3x &= 6600 \\
 1,2x &= 6600 & /:1,2 \\
 \underline{\underline{x}} &= \underline{\underline{550 \text{kg}}}
 \end{aligned}$$