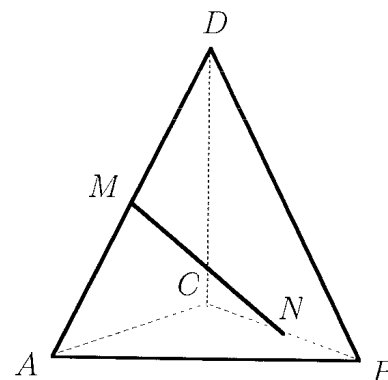


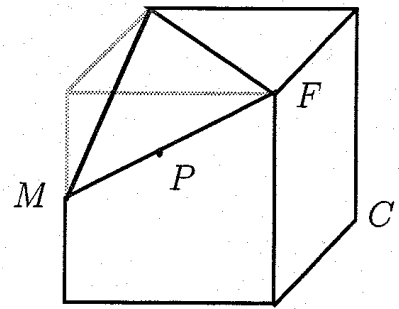
Dreidimensionale Pythagoras Aufgaben

1. Ein Tetraeder ist eine regelmässige Pyramide mit lauter gleichseitigen Dreiecken als Seitenflächen. Auch die Grundfläche (ABC) ist ein gleichseitiges Dreieck. Bei einem solchen Tetraeder ABCD mit der Spitze D haben alle Kanten die Länge a. M sei die Mitte der Kante \overline{AD} und N die Mitte der Kante \overline{BC} . Die Strecke \overline{MN} heisst Achse des Tetraeders. Drücke die Länge dieser Achse durch a aus. (Nicht aufgehende Wurzeln stehen lassen.)



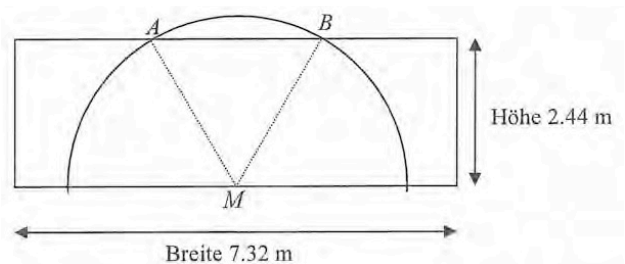
2. Der Flächeninhalt eines Drachenvierecks ABCD ($AC =$ Symmetrieachse) beträgt 45cm^2 . Die Diagonale \overline{BD} teilt das Drachenviereck in zwei gleichschenklige Teildreiecke, von denen dasjenige mit der Spitze C einen viermal so grossen Flächeninhalt aufweist wie das andere. Der Winkel bei der Ecke A beträgt 90° . Berechne den Umfang dieses Drachenvierecks exakt. (Nicht aufgehende Wurzeln stehen lassen.)
3. Ein Viertelkreis mit Radius s wird zu einem Kegel zusammengebogen. Berechne den Volumeninhalt des entstehenden Kegels in Abhängigkeit von s. (Nicht aufgehende Wurzeln und π stehen lassen.)
4. Alle Kanten eines Prismas haben die Länge k, seine Grundfläche ist ein regelmässiges Sechseck.
 a) Drücke die Oberfläche des Prismas durch k aus. (Nicht aufgehende Wurzeln stehen lassen.)
 b) Eine Ebene, die eine Kante der Deckfläche und eine Kante der Grundfläche enthält, zerlegt das Prisma in zwei kongruente Teilkörper. Berechne den Inhalt der Schnittfläche in Abhängigkeit von k.
5. Weil das Essen beim Festbankett viel zu spät angeliefert wird, sind die Gäste verärgert. Der Gastgeber entschuldigt sich bei ihnen mit drei kugelförmigen Schokoladepralinen vom Radius $r = 1\text{cm}$, die in einer 2cm hohen zylindrischen Dose verpackt sind. Aus Spargründen wird die kleinstmögliche Dose gewählt. Bestimme deren Radius R. (Nicht aufgehende Wurzeln stehen lassen.)
6. Alle Kanten eines Prismas mit dreieckiger Grundfläche haben die Länge a.
 a) Drücke das Volumen des Prismas durch a aus. (Nicht aufgehende Wurzeln stehen lassen.)
 b) Eine Ebene, die zwei Ecken der Grundfläche und eine Ecke der Deckfläche enthält, zerschneidet das Prisma in zwei Teile. Drücke den Inhalt der entstehenden Schnittfläche durch a aus. (Nicht aufgehende Wurzeln stehen lassen.)
7. In einem Glaswürfel mit Kantenlänge $a = 1$ steckt ein Körper, dessen Ecken durch die sechs Flächenmittelpunkte des Würfels gebildet werden. Berechne die Oberfläche dieses Körpers. (Nicht aufgehende Wurzeln stehen lassen.)
8. Drei gleich grosse Zylinder mit Radius r und Höhe h werden so aneinandergestellt, dass sie sich alle gegenseitig berühren. Welchen Volumeninhalt gar der zwischen den Zylindern liegende Hohlraum? (Nicht aufgehende Wurzeln stehen lassen.)

9. Von einem würfelförmigen Steinblock mit Kantenlänge 1 wird eine Ecke mit einem Schnitt durch zwei diagonal liegende Eckpunkte der Deckfläche und den Mittelpunkt M einer Seitenkante abgetrennt.



- a) Berechne den Inhalt dieser Schnittfläche.
(Nicht aufgehende Wurzeln stehen lassen.)
- b) P ist die Mitte der Kante \overline{MF} . Wie lang ist die Strecke \overline{PC} ?
(Nicht aufgehende Wurzeln stehen lassen.)
10. Ein Gymnastikball mit einem Radius von 25 cm rollt in einen kreisrunden Schacht mit einem Durchmesser von 48 cm. Wie tief sinkt der Ball ein?
11. Bei einem Würfel mit Grundfläche ABCD, Deckfläche EFGH und Kantenlänge a liegt der Punkt P auf der Kante \overline{AE} und der Punkt Q auf der Kante \overline{EH} . Dabei soll $\overline{AP} = \overline{HQ} = \frac{a}{3}$ gelten. Man schneidet den Würfel mit einem ebenen Schnitt durch die Punkte P, Q und F entzwei.
- a) Berechne den Volumeninhalt des pyramidenförmigen Teils.
- b) Welchen Inhalt hat die Schnittfläche PQF?
12. Von einem Rechteck sind die Seite $a = s\sqrt{3}$ und die Diagonale $d = s\sqrt{10}$ bekannt. Berechne die Fläche. Nicht aufgehende Wurzeln sollen so weit als möglich vereinfacht und stehen gelassen werden.
13. Eine Pyramide besteht aus einer quadratischen Grundfläche mit Kantenlänge 2a. Die Seitenflächen bestehen aus gleichseitigen Dreiecken.
- a) Berechne die Höhe h der Pyramide.
- b) Eine Kugel wird so um die Pyramide gelegt, dass alle 5 Ecken auf der Kugelfläche liegen (Umkugel). Wie gross ist der Radius dieser Kugel?

14. Die Reichweite des Fussball-Torhüters beim Penalty ist begrenzt auf die unten eingezeichnete Kreisfläche. Der Winkel BMA beträgt 60° . Ausserhalb des Kreises platzierte Schüsse gelten als unhaltbar. Welcher prozentuale Flächenanteil bleibt dem Schützen, wenn er ein sicheres Tor erzielen will?



15. Zwei sich schneidende Kugeln besitzen den Radius r und den Abstand $0,5r$ (von Mittelpunkt zu Mittelpunkt). Berechne die Länge der Schnittlinie der beiden Kugelflächen. Die Lösung ist so weit wie möglich zu vereinfachen und nicht aufgehenden Wurzeln sind stehen zu lassen.