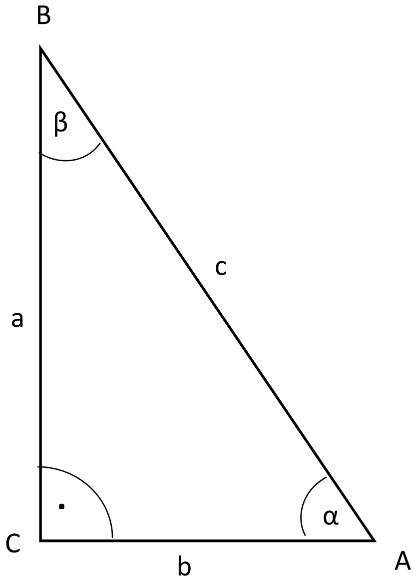
Trigonometrie



- Die beiden Seiten, die den rechten Winkel einschliessen, heissen **Katheten**.
- Die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite heisst **Hypotenuse.**
- Bezogen auf den Winkel α nennt man die diesem Winkel gegenüberliegende **Gegenkathete**. Die am Winkel anliegende Seite nennt man **Ankathete**.

Beispiel:

Welche Seite ist die Hypotenuse?____________

Was sind die Katheten des Dreiecks? ________

Die Seite ___ ist die Gegenkathete von Winkel α.

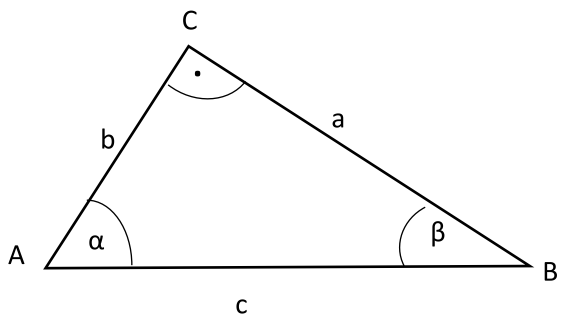
Die Seite ___ ist die Ankathete von Winkel α.

Die Seitenverhältnisse in rechtwinkligen Dreiecken sind nur abhängig von einem Winkel.

$$\sin(\alpha) = \frac{Länge\ der\ Gegenkathete\ von\ \alpha}{Länge\ der\ Hypotenuse} = \frac{a}{c}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{Länge\ der\ Ankathete\ von\ \alpha}{Länge\ der\ Hypotenuse} = \frac{b}{c}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{Länge\ der\ Gegenkathete\ von\ \alpha}{Länge\ der\ Ankathete\ von\ \alpha} = \frac{a}{b}$$



Umkehrfunktionen

Wenn nur der Winkel bekannt ist, kann der Sinus-, Kosinus- & Tangenswert wie folgt bestimmt werden:

$$\alpha \xrightarrow{sin} \sin(\alpha)$$

Wenn jedoch der Sinus-, Kosinus- & Tangenswert bekannt ist, kann der Winkel wie folgt bestimmt werden:

$$sin(\alpha) \xrightarrow{sin^{-1}} \alpha$$

Zusammenhänge zwischen Sinus, Kosinus und Tangens

$\sin(\alpha) = \cos\ (90° - \alpha)$

$\cos(\alpha) = \sin\ (90° - \alpha)$

$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$

$(\sin(\alpha))^2 + (\cos(\alpha))^2 = 1$ vgl. $a^2 + b^2 = c^2$ *(Satz des Pythagoras)*

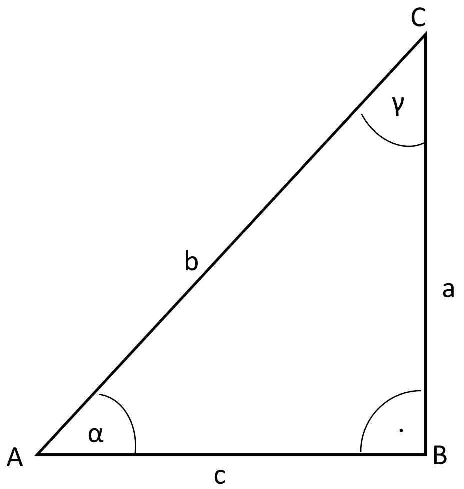
Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck

<u>Beispiel 1:</u>

In einem rechtwinkligen Dreieck ABC sind gegeben:

b = 5 cm; α = 35°; β = 90°.

Berechne die übrigen Grössen a, c und γ.



Berechnung von a:

$$\frac{a}{b} = \sin(\alpha)$$

$$a = b \times \sin(\alpha)$$

$$a = 5\,cm \times \sin(35°)$$

$$\underline{\underline{a \approx 2{,}9\,cm}}$$

Berechnung von c:

$$\frac{c}{b} = \cos(\alpha)$$

$$c = b \times \cos(\alpha)$$

$$c = 5\,cm \times \cos(35°)$$

$$\underline{\underline{c \approx 4{,}1\,cm}}$$

Berechnung von γ:

$$\alpha + \gamma = 90°$$

$$\gamma = 90° - \alpha = 90° - 35° = 55°$$

$$\underline{\underline{\gamma = 55°}}$$

<u>Beispiel 2:</u>

In einem rechtwinkligen Dreieck ABC sind gegeben:

a = 5 cm; c = 3 cm; γ = 90°

Berechne die übrigen Grössen b, α und β.

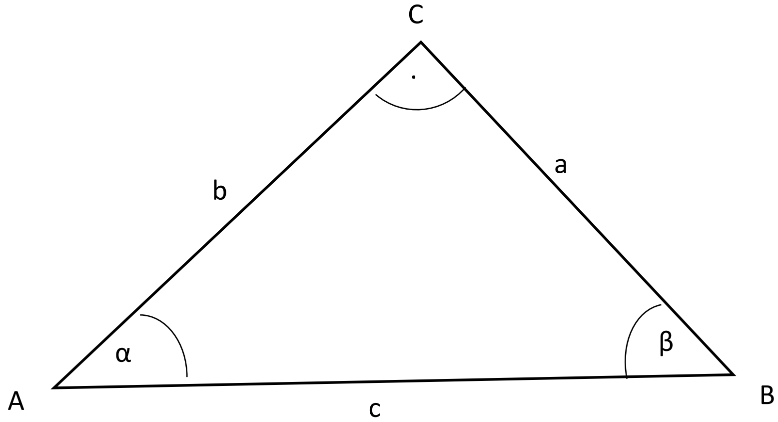
Berechnung von b:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$b = \sqrt{(13\,cm)^2 - (5\,cm)^2}$$

$$\underline{\underline{b = 12\,cm}}$$



Berechnung von α:

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c} = \frac{5\,cm}{13\,cm} \approx 0{,}3846154$$

$$\alpha = \sin^{-1}(0{,}3846154) \approx 22{,}619865$$

$$\underline{\underline{\alpha \approx 22{,}6°}}$$

Berechnung von β:

$$\cos(\beta) = \frac{a}{c} = \frac{5\,cm}{13\,cm} \approx 0{,}3846154$$

$$\beta = \cos^{-1}(0{,}3846154) = 67{,}3801341°$$

$$\underline{\underline{\beta \approx 67{,}4°}}$$

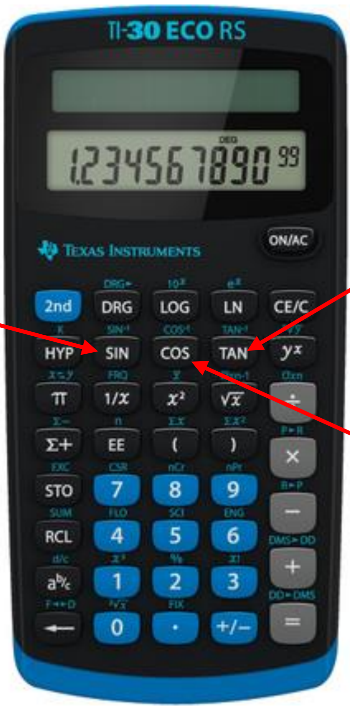
Sinus, Kosinus und Tangens mit Taschenrechner ausrechnen

TAN= $\tan()$

2nd + TAN = $\tan^{-1}()$

SIN= $\sin()$

2nd + SIN = $\sin^{-1}()$



COS= $\cos()$

2nd + COS = $\cos^{-1}()$